الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة أدرار

جامعة أدرار- الجزائر

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

بالتعاون مع:

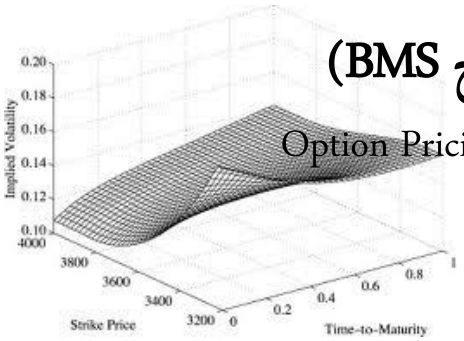
مخبر التكامل الاقتصادي الجزائري الإفريقي بجامعة أدرار

بالملتقى الوطني الثاني بعنوان:

واقع الهندسة المالية وآفاق
تطبيقها في الجزائر

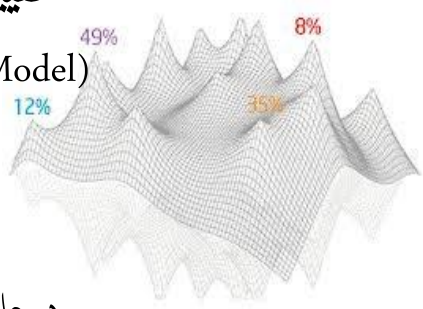
يومي: 28 – 29 أكتوبر 2014

مداخلة بعنوان :



تقييم الخيارات في الزمن المستمر(نموذج BMS)

Option Pricing in Continuous Time (BMS Model)



من إعداد :

د. علي بن الضب، أستاذ محاضر بالمركز الجامعي لعين تموشنت

عبد الله بن الضب، طالب دكتوراه بجامعة تلمسان

فاطمة بن الناصر، أستاذة مساعدة بالمركز الجامعي لعين تموشنت

Institute of Economics, Commerce and Management Sciences

University (Centre) of Ain Temouchent

BP 284, University (Centre) Ain Témouchent

46000 - Algeria

Email : ali-bendob@hotmail.fr

Tel / Fax : (+213) 043 70 78 81 Mobile: (+213) 06 60 65 98 63

ملخص

تهدف هذه الورقة البحثية إلى إبراز أهمية عقود الخيارات وتقييمها باستخدام نموذج Black & scholes وبعض السيرورات العشوائية في الزمن المستمر مثل سيرورة فيينر والحركة البراونية، كما حاولت هذه الدراسة عرض وتقديم النموذج و كذا حدوده وانتقاداته. خلصت الدراسة إلى أن نموذج Black & scholes يمكن استخدامه لتقييم الأوراق المالية المهجنة خاصة في ظل التطورات المحاسبية التي تستوجب تحديد القيمة العادلة لعقود المشتقات المالية؛

الكلمات المفتاح : المشتقات المالية، الخيارات، نمودج بلاك سكولز، السيرورات العشوائية، الزمن المستمر.

Abstract

The aim of this paper is to highlight the importance of options contracts and evaluated using Black & scholes model and some stochastic processes in continues time such processes of WINER, BROWN, this study also attempted to view and submit the form and as well as its limits and criticism. The study concluded that Black & scholes model can be used to evaluate the hybrid securities, especially in light of developments that require accounting to determine the fair value of derivatives contracts؛

Key words : Financial Derivatives, Options, Black-Scholes Model, Stochastic Processes, Continuous Time.

1- مقدمة

لقد دفعت التغيرات الحاصلة في النظام النقدي الدولي بعد التخلي عن اتفاقية بروتن ووتز سنة 1973 إلى زيادة رهيبة في التقلبات والتذبذبات (volatility) في مختلف المتغيرات المالية والاقتصادية خاصة سعر الصرف وسعر الفائدة، الأمر الذي ساهم بصورة كبيرة في ابتكار أدوات الهندسة المالية كالمستقبليات، المبادلات والخيارات؛ كأدوات لإدارة هذه المخاطر المالية والتقليل من حدة آثار تلك التقلبات، وتخصيص أسواق لذلك أصبحت أحجام أنشطتها تفوق حجم النشاط الحقيقي بعدة أضعاف.

تمثل الهندسة المالية ذلك الحقل متعدد التخصصات القائم على إشراك النظرية المالية مع أساليب الهندسة، والأدوات الرياضية والبرمجة المعلوماتية. كما تعرف بأنها تطبيق الأساليب التقنية، وخصوصا من الرياضيات المالية والأتمتة واستخدام الحاسوب، في الممارسة المالية، وعلى الرغم من الاعتماد على تكنولوجيا المعلومات والاتصالات.

ترتكز الهندسة المالية على أدوات من الرياضيات التطبيقية، وعلوم الكمبيوتر والإحصاء والنظرية الاقتصادية، وعلى نطاق واسع، كل شخص يستخدم الأدوات التقنية في مجال التمويل يمكن أن يسمى مهندس مالي؛ هذا الأخير هو خبير في مجال التمويل، وخاصة في المجال المصرفي وتمويل الشركات والأسواق المالية، كما تهتم الهندسة المالية بـ :

- إنشاء وتحسين ترتيبات التمويل المعقدة كالرفع في رأس المال...؛

- الجمع بين الأدوات المالية المختلفة، الأوراق المالية، والقروض، والمشتقات بجميع أنواعها(من خلال خلق محافظ يتم تكييفها لمشروع أو عملية محددة)؛
- تمويل المشاريع، توريق القروض، عمليات الدمج والتملك أو الاستحواذ؛
- إيلاء اهتمام خاص لتسيير المخاطر المالية وتحسين الربحية.
- تقييم المشتقات المالية والتنبؤ بالتقلبات الأسعار المستقبلية؛

يكمن الهدف الرئيس لهذه الورقة البحثية في التعريف بالنماذج المعاصرة في الزمن المستمر والتي جمعت بين الفيزياء والمالية، ممثلة في أساسا في نموذج بلاك وسكولز، حيث قسمنا هذا العمل إلى ثلاثة أقسام رئيسية.
نعرض في القسم الأول نبذة عن أدوات الهندسة المالية وتطورها على المستوى العالمي، أما في القسم الثاني فسنتطرق لقيمة الخيار ومحدداتها، ليتم التركيز في القسم الثالث على السيرورات العشوائية لـ : فينر وبراون ونموذج بلاك وسكولز الذي جاء كحل لمعادلة تفاضلية عشوائية؛

2- المشتقات المالية كمخرجات للهندسة المالية

تتم أغلب العمليات في الحياة اليومية نقدا أو فورا فعند التوجّه اليومي للدّكان يتم التسليم للسلعة فورا مقابل الدفع نقدا في أغلب الأحيان، إذا هذا التعامل هو تعامل فوري غير آجل؛ أما في العمليات الآجلة يتم الاتفاق بين طرفين على بيع أو شراء أصل معيّن بتاريخ لاحق بسعر محدد الآن، يسمى الطرف الذي قام بالشراء مركز طويل(Position langue) و نظيره مركز قصير(Position courte)؛

يقوم المركز القصير عند بلوغ تاريخ الاستحقاق بتسليم الأصل للمركز الطويل مقابل سعر يسمى سعر التسليم، أما قيمة العقد الآجل عند التعاقد معدومة، وبعد ذلك تكون له قيمة موجبة أو سالبة تبعا لتغيّرات سعر الأصل محل التعاقد، و في أغلب الأحوال تتم العملية بين طرفين دون وسيط، لكن ما يعاب على هذه العقود الآجلة أنها تنطوي على مخطر ائتمان (من يضمن حسن انتهاء العملية ؟) هذا من جهة ومن جهة أخرى مخطر السيولة، بناء على هذه النقائص ظهر نوع آخر من العقود يسمى بالعقود المستقبلية؛

2-1 العقود المستقبلية

تعرّف العقود المستقبلية على أنها سلسلة من العقود الآجلة كل فترة ففي اللحظة السابقة انتهى العقد و تمت التسوية والآن يحرر العقد مرة أخرى و هكذا؛ أما عن ما يميّز العقود المستقبلية عن الآجلة كون المستقبلية قابلة للتداول في البورصة؛ مما يعطيها سيولة عالية عن الآجلة هذا من جهة ومن جهة أخرى، لها مخاطر ائتمان أقل من الآجلة وهذا راجع للدور الذي تلعبه غرفة المقاصة عند طلب الهامش المبدئيi من الطرفين؛ حيث تقوم يوميا بالتسوية زيادة أو نقصان تبعا لتغيرات الأسعار، و في بعض الأحيان تشترط غرفة المقاصة حد أدنى للهامش المبدئي يسمى بهامش الصيانة و الذي يمثل 75% منه[ii]؛

تقدّم العقود المستقبلية أو المستقبليات كغيرها من العقود المشتقة ميزة أساسية تتمثل في التقليل من حدّة المخاطرة، لكن من غير المتوقع أن تهدف إليها كل الأطراف وإلا تعرّض الاقتصاد لحالة من الجمود[iii]؛ ويتم استخدام العقود المستقبلية في حالتين أساسيتين؛ وهما في حالة وجود مخطر ارتفاع السعر حيث تتخذ المؤسسة أو المستثمر مركز طويل، أو في حالة و جود مخطر انخفاض السعر أي تأخذ المؤسسة أو المستثمر مركز قصير؛

- التغطية بمركز طويل : يتم اللجوء إلى هذا النوع من التعاقد في حالة وجود مخطر ارتفاع السعر، و الذي يكون في حالة وجود دين يستحق مستقبلا بمعدّل عائم، أو الرغبة في الاقتراض مستقبلا مقابل التوظيفات بالمعدّلات الثابتة، حيث يقوم المستدين بشراء عقد مستقبلي يضمن معدّل منخفض في حالة الارتفاع و تواريخ التسليم تتناسب مع الاحتياجات.

- التغطية بمركز قصير : في حالة ما إذا كانت المؤسسة لديها توظيفات مالية (سندات) ذات معدّلات فائدة ثابتة وتخشى تراجع إيراداتها لذلك تلجأ إلى شراء عقود مستقبلية لتغطية هذا المخطر لتكون قد أخذت مركزا قصيرا.

2-2 عقود المبادلات "Les Swaps"

ظهرت هذه الأداة كغيرها من منتجات الهندسة المالية لمواجهة المخاطر المالية خاصة مخطر سعر الصرف وسعر الفائدة؛ واللذان أصبحا كشبح يهدد البنوك التجارية والمؤسسات المالية بصفة خاصة ليس فقط مخطر تراجع الأداء بل قد يصل إلى حد الإفلاس؛حيث تعتبر عقود المبادلات سلسلة من العقود الآجلة يتم تسويتها على فترات دورية (شهرية، ربع سنويا، نصف سنويا،...)، و هو عقد ملزم للطرفين.

يبدو من خلال التعريف الوارد أن عقود المبادلة تتشابه إلى حد كبير مع العقود المستقبلية لذلك لابد من التفرقة بينهما وبين عقود أو حقوق الخيّارات، حيث نقاط الاختلاف هي:

1- من ناحية الإلزام: تعتبر المستقبليات والمبادلات ملزمة على خلاف الخيارات غير ملزمة؛

2- من ناحية التسوية: تعتبر المبادلات ذات تسوية دورية وليست يومية كما في المستقبليات وليست مرة واحدة كما هو الشأن بالنسبة للعقود الآجلة؛ وتتألف أركان عقد المبادلة لسعر الفائدة [iv] وهي:

- المركز الطويل: هو الطرف الأول من العقد؛ والهادف إلى تغطية مخطر الارتفاع، حيث عند ارتفاع المعدّل السوقي عن المحدد في العقد يحصل على الفرق؛

- المركز القصير: هو الطرف الثاني أو محرر العقد؛ والهادف إلى تغطية مخطر الانخفاض، حيث عند انخفاض المعدّل السوقي عن المحدد في العقد يحصل على الفرق؛

- معدّل الفائدة الثابتة : هو ذلك المعدّل المثبّت في العقد والذي يدفعه الطرف الأول للثاني؛

- معدّل الفائدة المتغيّرة : هو متوسط سعر الفائدة السائد في السوق، و عادة ما يستخدم معدّل ليبور في أغلب الحالات في عقود المبادلات؛

- تتم التسوية بشكل دوري محدد مسبق (شهرية، ربع سنويا، نصف سنويا،...)؛

- قيمة عقد المبادلة : المبلغ المتفق عليه في العقد و يمثل قيمة عقد المبادلة؛

3-2 الخيارات "Les options"

يبدو من خلال تسميتها غياب صفة الإلزام والذي يدعى بالعقد قابل للإلغاء، أي هناك حق الخيّار أو ما يعرف بالخيّارات؛ تمثل هذه الأخيرة أحد أهم الأدوات الحديثة التي تمنح فرصة الحد من المخاطر خاصة مخطر السعر، وتسمى بعقود أو حقوق الخيّار كونها تعطي لصاحبها الحق في الاختيار بين الشراء من عدمه أو البيع من عدمه، مقابل علاوة تدفع للمحرر دون إرجاعها، وليس الإلزام كما في العقود المستقبلية؛ وللخيارات أنواع متعددة تختلف من معيار للآخر؛ فحسب معيار نوع الصفقة[v] هناك ثلاثة أنواع وهي : خيار الشراء، خيار البيع، الضمان. أما حسب معيار تاريخ التنفيذ[vi] يوجد ثلاثة أنواع : الخيار الأوروبي، الخيار الأمريكي والخيار الآسيوي. أما بالنسبة لمعيار التغطية (أو الملكية) كذلك هناك نوعين من الخيارات : خيار مغطّى، خيار غير مغطى. أما حسب معيار الربحية فهناك ثلاثة أنواع وهي :الخيار المربح، الخيار المتكافئ، الخيار غير المربح.

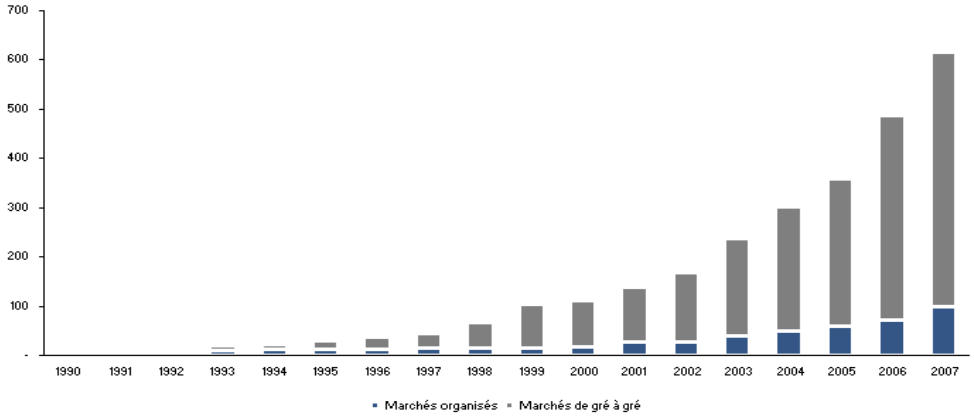
إن استخدام العقود المستقبلية لها مخاطر على رأسها مخطر عدم القابلية للتجزئة، والذي يمكن تجاوزه في عقود أو حقوق الخيّارات غير المنظمة؛ أما في حالة عقود الخيار المنظمة يختلف الأمر حيث تكون معيارية و لها عدّة خصائص محددة[vii] ، وتتم تغطية المخاطر بالاعتماد على الخيارات بطريقتن؛

- التغطية بشراء خيّار الشراء : تستخدم الخيّارات في هذه الحالة كأداة لتغطية مخطر الانخفاض في سعر الأصل؛ أين تكون المؤسسة موظّفة لأموالها، حيث تقوم بإلزام طرف ثاني وهو المحرر من تنفيذ العقد في حالة انخفاض السعر عن سعر التنفيذ المحدد في العقد وذلك مقابل علاوة غير قابلة للرد والتي تسمى بسعر أو علاوة الخيّار؛ حيث يكون عقد الخيّار مبني على توقعات الطرفين؛ فالطرف الأول يتوقع انخفاض السعر، أما الطرف الثاني يتوقع ارتفاع السعر ويسمى كذلك بخيّار التوظيفviii،

- التغطية بشراء خيّار البيع : تستخدم الخيّارات في هذه الحالة كأداة لتغطية مخطر الارتفاع في سعر الفائدة أين تكون المؤسسة مقترضة، حيث تقوم بإلزام طرف ثاني؛ وهو المحرر من تنفيذ العقد في حالة ارتفاع السعر عن سعر التنفيذ المحدد في العقد، وذلك مقابل علاوة غير قابلة للرد و التي تسمى بسعر الخيّار[ix] ؛

ولإبراز نمو المشتقات المالية بمختلف أنواعها على المستوى العالمي نعرض الشكل الآتي :

الشكل (01) : تطور سوق المشتقات المالية لجميع أنواع العقود في العالم خلال الفترة 1990-2007



Source : Pierre VERNIMMEN, Finance d'entreprise, 8eme édition, édition Dalloz paris, 2009. P1104.

يبدو من الشكل تطور المشتقات في شكل دالة أسية خلال الفترة 1990-2007، وهي في تزايد مستمر، لاسيما في الفترة الأخيرة، مقارنة بالسنوات الأولى من التسعينيات حيث كانت شبه معدومة ولا تكاد تظهر أصلا.

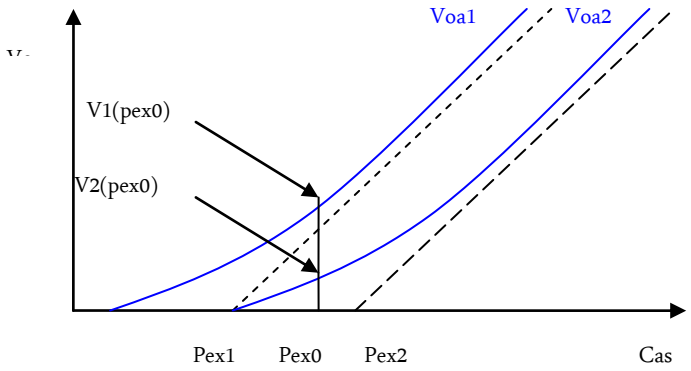
3- قيمة الخيار ومحدداتها

طرح نمو المشتقات المالية العديد من المشاكل على عدة مستويات؛ فعلى المستوى المحاسبي تعتبر تعهدات خارج الميزانية (خارج IAS)، ويصعب إدماجها ضمن الأصول أو الخصوم لتعقيد عملية تحديد القيمة العادلة لها، أما على المستوى المالي فقد خصصت برامج يتم تثبيتها على الحاسوب لتحديد القيمة العادلة في العديد من الحالات، نظرا لتعقيد النماذج الخاصة بتقييمها. لذلك سوف نعرض طريقة تقييم الخيارات باعتبارها أشهر المشتقات المالية.

3-1 قيمة الخيار

تتمثل قيمة الخيار[x] في الفرق بين السعر السوقي للأصل محل التعاقد وسعر التنفيذ أو الممارسة خلال فترة الاستحقاق[xi]، فإذا كان الفرق موجبا دل على أن الخيار ذو قيمة موجبة أو مربح، و إذا كان العكس فقيمة الخيار سالبة؛ هذا إذا كان الخيار خيار شراء، أما إذا كان خيار بيع فالعكس تماما؛ الفرق السالب يدل على القيمة الموجبة لخيار البيع والفرق الموجب يدل على القيمة السالبة لخيار البيع. كم يمكن توضيح قيمة الخيار وتأثرها بسعر الممارسة من خلال الشكل التالي :

الشكل (2) : أثر تغير سعر الممارسة على قيمة خيار الشراء



SOURCE : Pierre VERNIMEN, Op.cit, P538.

يبرز الشكل أعلاه العلاقة العكسية بين سعر الممارسة أو التنفيذ و قيمة خيار الشراء، فخيار الشراء OA1 له سعر ممارسة Pex1 أقل من الخيار OA2 الذي يساوي Pex2، بطبيعة الحال قيمة الخيار الشراء الأول VOA1 أكبر من قيمة الخيار الثاني VOA2 ، و كذلك أنه عند سعر ممارسة آخر Pex0 قيمة الخيار الأول أكبر من قيمة الخيار الثاني مما يثبت العلاقة العكسية بين سعر الممارسة و قيمة خيار الشراء[xii]. كما أن الخط المتقطع يشير إلى القيمة الجوهرية والخط الأزرق المستمر يشير إلى القيمة التقديرية القائمة الاحتمال والاستحداث.

إذا يمكن القول أن السعر السوقي للأصل محل التعاقد هو المحدد الرئيس لقيمة الخيار؛ ولكنه ليس الوحيد حيث توجد مجموعة من العناصر ذات التأثير الايجابي، السلبي، القوي، الضعيف، و أهم هذه العناصر هي :

2-3 محددات قيمة الخيار

تعتبر قيمة الخيار هي دالة متعددة المتغيرات، و من بين أهم هذه المتغيرات أو العوامل[xiii] نجد :

أ- السعر السوقي للأصل محل التعاقد Le cours du sous-jacent

ب- سعر التنفيذ أو الممارسة Le prix d exercice

ت- تذبذبات السعر السوقي للأصل محل التعاقد La volatilité du sous-jacent

ث- مدة حياة الخيار La durée de vie de l'option

ج- معدل المردودية بدون مخاطرة Le taux de rentabilité sans risque

ح- التوزيعات المتولدة عن الأصل محل التعاقد Le dividende ou le coupon

أ- السعر السوقي للأصل محل التعاقد

يمثل هذا العنصر المحدد الرئيس لقيمة الخيار بسب التأثير المباشر و القوي الذي يتركه؛ فقد يكون ايجابيا عند الارتفاع بالنسبة لخيار الشراء و سلبيا لخيار البيع، كما يكون سلبيا/إيجابيا عند الانخفاض للنوعين على التوالي، ويعتبر هذا العامل خارجي كونه يتحدد سوقيا.

ب- سعر التنفيذ أو الممارسة

نعرف سعر التنفيذ بأنه ذلك السعر الذي تم تحديده عند إبرام العقد والمحدد مسبقا؛ فإذا كان منخفض فهو ذو تكلفة أكبر بالنسبة لخيار الشراء، أما بالنسبة لخيار البيع فكلما كان سعر التنفيذ مرتفع زادت التكلفة[xiv]. إذا سعر التنفيذ له تأثير سلبي على قيمة الخيار في الحالتين؛ وهي علاقة عادية كون مشتري خيار الشراء يخشى الارتفاع، فهو يهدف على التدنئة، أما مشتري خيار البيع فهو يخشى الانخفاض فهو يهدف إلى التعظيم. ومنه توجد هناك علاقة عكسية بين سعر الممارسة أو التنفيذ و قيمة خيار الشراء.

ت- تذبذبات السعر السوقي للأصل محل التعاقد

تعتبر التذبذبات في السعر السوقي مؤشرا لقياس درجة المخاطرة؛ والتي يمكن قياسها بالتباين (الانحراف المعياري) فبالرجوع لنظرية المحفظة كلما زاد تشتت السعر زادت المخاطرة[xv]، وبطبيعة العلاقة المتواجدة بين المردودية والمخاطرة فزيادة تذبذب سعر الأصل محل لتعاقد ازدادت المردودية، والمتمثلة في هذه الحالة في قيمة الخيار. على عكس العاملين السالف ذكرهما، لهذا العامل تأثير بنفس الاتجاه لنوعي الخيارات (الشراء، البيع)، فكلما زادت تذبذبات السعر السوقي للأصل محل التعاقد زادت قيمة الخيار سواء كان خيار بيع أم خيار شراء، وهذا يعكس بطبيعة الحال العلاقة الطردية بين المردودية و المخاطرة.

ث- مدة حياة الخيار

في ظل النظرية المالية هناك قيمة زمنية للنقود، فكلما زادت مدة الخيار زادت التكلفة ومنه القيمة الحالية للاستدانة سوف تنخفض، وقيمة خيار الشراء سوف تتزايد وكذلك بالنسبة لخيار البيع يحظى عمر الخيار بتأثير إيجابي على قيمة خيار الشراء، و هذا ناتج بطبيعة الحال عن القيمة الزمنية للنقود المخفّضة من قيمة الاستدانة.

ج- معدل الفائدة أو الكوبون

نظرا للعلاقة العكسية بين معدل الفائدة السوقي والقيمة السوقية للسهم فتأثير معدل الفائدة سلبي في حالة الارتفاع على قيمة خيار الشراء[xvi]، و إيجابي على قيمة خيار البيع، أما فيما يخص التوزيعات فهي كذلك في ظل فرضيات محدودة.

يتضح مما سبق أن قيمة الخيار دالة متعددة المتغيرات؛ تتمثل هذه الأخيرة أساسا في الفرق بين القيمة السوقية للأصل محل التعاقد وسعر التنفيذ، هذا الأخير معلوم ومحدد في العقد، لكن الآخر متغير عشوائي خاضع لعدة لعوامل مما يستوجب التنبؤ أو معرفة السعر المستقبلي لاتخاذ القرار. لذلك ظهرت عدة طرق لتحديد قيمة الخيار[xvii]؛ أهم هذه

الطرق الشهيرة هو نموذج BLACK-SCHOLES1973، الذي سمح بتقييم الخيارات الأوروبية على الأسهم في ظل فرضيات معينة، و هو ما سيتم تناوله في النقطة الموالية.

4- نموذج تقييم الخيارات في الزمن المستمر

يمثل نموذج **BLACK-SCHOLES**[xviii] حلا مرجعيا وأساسيا في عمليات تقييم الخيارات وهو يستخدم بكثرة على مستوى معظم الأسواق المالية المنظمة كونه مرن وقابل للتطبيق بسهولة، كما تمثل النسخة الأولية للنموذج في حل لمعادلة تفاضلية عشوائية قدم من قبل الحائزين على جائزة نوبل للاقتصاد سنة 1997.

1-4 السيرورات العشوائية من الفيزياء نحو المالية ؟

تمثل السيرورات العشوائية سلسلة لمتغيرات عشوائية والتي تبرز تطورها عبر الزمن ، وانطلقت هذه السيرورات بصورة رهيبة في المالية المعاصرة خاصة بعد أعمال بلاك وسكولز، ومنذ ذلك الحين باتت تمثلا حقلا واسعا في المالية المعاصرة[xix]، ومن بين السيروارت العشوائية الأكثر استخداما وشيوعا نذكر:

أ- سيرورة فيينر Processus de WIENER

يرمز لهذه السيرورة بـ dw، وتقوم على قانون التوزيع الطبيعي حيث تكتب على النحو التالي:

$$dw = \varepsilon\sqrt{dt}$$
$$\varepsilon \to N(0.1)$$

تتميز هذه السيرورة بالأمل الرياضي المعدوم والتباين المرتبط بالزمن dt.

ب- سيرورة براون الحسابية Processus Brownien arithmétique

سيرورة فيينر السابقة لها استخدامات محدودة كونها ذات مشتق أو معدوم أي ليس لها اتجاه عام، لكن المتغيرات والسلاسل المالية عادة ما يكون لها اتجاه عام صعودي في المدى الطويل، وبالتالي جاءت حركة براون الحسابية لتصحيح هذا الاختلال ونكتب :

$$ds = \mu dt + \sigma dw$$

حيث المشتق الأول مستقل عن السلسة الأصلية S.

ج- سيرورة براون الهندسية Processus Brownien géométrique

تكتب هذه السيرورة على الشكل التالي :

$$ds = \alpha S dt + \sigma S dw$$

يبدو أن المشتق والانحراف المعياري مرتبطين بالمتغير الأصلي أو السلسة وليكن سعر السهم او الأصل، وبالتالي نسبة العائد تصبح سيرورة براون الحسابية وتكتب على النحو التالي[xx] :

$$\frac{ds}{S} = \alpha dt + \sigma dw$$

وبالتالي عائد الأصل مستقل عن السعر؛

د- سيرورة ايتو Processus d'Ito؛

تسمى بسيرورة براون الهندسية المعممة، وتكتب على الشكل التالي :

$$ds = \alpha(S,t)dt + b(S,t)dw$$

ويبدو من الصيغة أن المشتق الأول و الانحراف المعياري للسلسة مرتبطين بالسعر والزمن؛ وهي معادلة تفاضلية عشوائية.

هـ- المعادلات التفاضلية العشوائية Stochastic differential equations

المعادلة التفاضلية العشوائية (SDEs) هي المعادلة التفاضلية ذات متغير واحد أو أكثر من السيرورات العشوائية، و الحل هو في حد ذاته سيرورة عشوائية، كما تستخدم SDES لنمذجة الظواهر المتنوعة مثل تذبذب أسعار الأوراق المالية أو الأنظمة الفيزيائية التي تخضع للتقلبات الحرارية، وعادة تدمج SDES التشويش الأبيض العشوائي الذي يمكن وصفه أنه مشتق من السيرورة البراونية أو سيرورة فينر، إلا أن من الجدير بالذكر أن هناك أنواع أخرى متطورة وحديثة من التقلبات العشوائية، مثل سيرورات القفز[xxi] jump processes في الزمن المتقطع[xxii].

2-4 نموذج BLACK-SCHOLES لتقييم الخيارات

قدم كلا من BLACK and SCHOLES في بداية السبعينيات من هذا القرن نموذجا لتقييم الخيارات[xxiii] بناءا على جملة من الفرضيات، حيث لقي تطبيقا كبيرا في وسط المحللين الماليين[xxiv]. كما يقوم هذا النموذج على بناء محفظة مكونة من أصل بدون مخاطرة وأصول بها مخاطرة، والممثلة أساسا في الأصل محل التعاقد، وذلك تحت محفظة من الفرضيات والتي يمكن حصرها في النقاط التالية :

أ- فرضيات نموذج **BLACK-SCHOLES** : لهذا النموذج محفظة من الفرضيات و هي :

- الخيار محل التقييم من النوع الأوروبي و ليس الأمريكي؛
- لا وجود لتكلفة الصفقات؛
- معدل المردودية بدون مخاطرة ثابت؛
- تغيرات سعر /أسعار الأصل محل التعاقد تتبع التوزيع الاحتمالي لوغاريتم القانون الطبيعي log-normal؛
- تباين الأسعار معلوم و متجانس؛
- السوق المالي يتميز بالكفاءة؛
- الأصول محل التعاقد لا توجد بها توزيعات أو ذات كوبون معدوم.

تحت هذه الفرضيات تم تقديم العلاقة الرياضية لتحديد قيمة خيار الشراء على النحو التالي :

ب- الصيغة الرياضية لنموذج BLACK-SCHOLES : يأخذ نموذج بلاك وسكول[xxv] الشكل التالي :

$$V_{OA} = C_{as}.N(d_1) - P_{ex}e^{-R_{sr}.T}.N(d_2)...(1-01)$$

$$d_1 = \left(\ln(C_{as}/P_{ex}) + (R_{sr} + 0.5\sigma^2)T\right)/\sigma\sqrt{T}....(1-02)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}....(1-03)$$

حيث :

V_{OA}: قيمة خيار الشراء؛

C_{as}: السعر السوقي للأصل تحت التعاقد spot ؛

$N()$: دالة كثافة القانون الطبيعيالمركز المختصر؛

P_{ex}: سعر الممارسة أو التنفيذ strike؛

e: أساس اللوغاريتم النيبيري؛

R_{sr}: معدل المردودية بدون مخاطرة؛

T: مدة حياة الخيار؛

σ^2: تباين السعر السوقي للأصل محل التعاقد.

ما يلاحظ على هذه الصيغة أنها تحدد الفرق بين السعر السوقي للأصل محل التعاقد وسعر الممارسة بالترجيح لكيليهما باحتمال الحدوث، فبعد تحديد السعر المتوقع يتم استحداثه بدالة أسية ذات معلمتين هما معدل المردودية بدون مخاطرة و مدة حياة الخيار، على عكس الطرق التقليدية التي تعتمد على الاستحداث بمتتالية هندسية.

يمكن اشتقاق معلمات الدالة من خلال الاشتقاق بالنسبة لكل متغير ونجد :

- "دلتا" وهو مشتق قيمة الخيار بالنسبة لسعر الأصل محل التعاقد حيث : $Delta = \frac{\partial Voa}{\partial Cas} = N(d1)$
- "تيتا" وهو مشتق قيمة الخيار بالنسبة للزمن حيث : $Theta = \frac{\partial Voa}{\partial T} = C_{as}\frac{\sigma}{2\sqrt{T}}.N(d_1) - P_{ex}e^{-R_{sr}.T}.N(d_2)$
- "فيغا" وهو مشتق قيمة الخيار بالنسبة للتباين حيث : $Vega = \frac{\partial Voa}{\partial \sigma} = S\sqrt{T}N(d1)$
- "رو" وهو مشتق قيمة الخيار بالنسبة لمعدل الفائدة حيث : $Rho = \frac{\partial Voa}{\partial Rsr} = T.P_{ex}e^{-R_{sr}.T}.N(d_2)$
- "غاما" وهو المشتق الثاني لقيمة الخيار بالنسبة لمربع سعر الأصل محل التعاقد حيث :

$$Gamma = \frac{\partial Voa}{\partial Cas^2} = \frac{N(d1)}{Cas.\sigma\sqrt{T}}$$

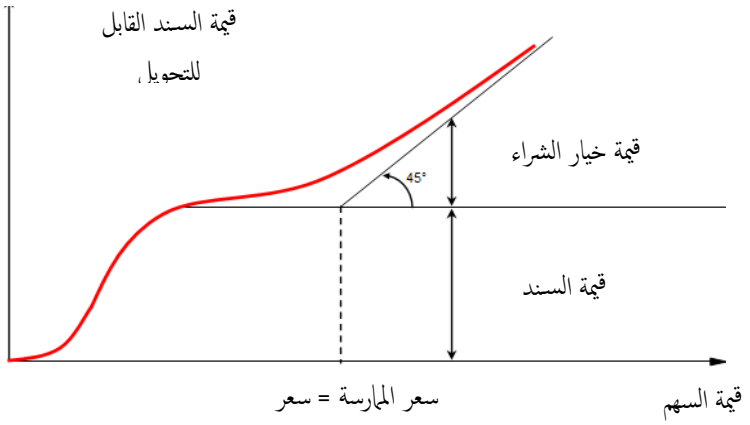
تتعلق الصيغة السابقة بتحديد قيمة خيار الشراء و يمكن عرض نفس الصيغة لتحديد قيمة خيار البيع على النحو التالي :

$$V_{Ov} = -C_{as}.N(-d_1) + P_{ex}e^{-R_{sr}.T}.N(-d_2)....(1-04)$$

بعدما تم التطرق إلى قيمة الخيار و العوامل المؤثرة فيها، ثم بعد ذلك إلى التعريف بنموذج BLACK-SCHOLES الخاص بتقييم الخيارات.

يمكن تقييم الأوراق المالية المهجنة باستخدام نماذج تقييم الخيارات ونموذج بلاك سكول؛ ولتوضيح ذلك نعرض الشكل التالي؛ الذي يبرز العلاقة بين قيمة السند القابل للتحويل إلى سهم كما يلي :

الشكل (3) : قيمة سند قابل للتحويل إلى سهم كدالة تابعة لقيمة السهم



Source : Pierre VERNIMMEN, Finance d'entreprise, 8eme édition, édition Dalloz paris, 2009. P602.

يبدو من الشكل أن قيمة السند القابل للتحويل إلى سهم ما هي إلا قيمة خيار شراء مضافا قيمة السند، فتقييم الأوراق المالية المهجنة يعتمد في معظمه على تقييم الخيارات، والتي تعتبر موضوع يحتاج لكثير من الجهد.

ج- حدود وانتقادات نموذج

- افتراض عدم وجود توزيعات : يوجد في الواقع للتوزيعات أثر بالغ الأهمية على قيمة المؤسسة حيث خصص لها فصل كامل في هذه الدراسة.
- تجانس وثبات التباين : بعد أزمة الاثنين الأسود ظهرت نماذج تثبت عدم تجانس التباين، و تحاول نمذجة هذه المخاطرة و نجد من بينها نماذج [xxvi] ARCH, GARCH,.
- لوغاريتم القانون الطبيعي، العديد من الدراسات تثبت عدم ذلك[xxvii].
- فرض كفاءة السوق المالي : تبقى هذه الفرضية نظرية، حيث هناك ضرائب و تكلفة للصفقات، بالرغم من أن تكاليف المعلومة تم تقديم نموذج يحويها[xxviii].
- فرضية ثبات مدة استحقاق : إجمالي الديون يصعب أن يوجد لها تاريخ موحد؛ فقد تكون الاستدانة ذات تواريخ استحقاق متباينة أو خلال مجال محدد، حيث نكون بصدد خيار أمريكي و ليس أوروبي أين يفشل النموذج للتقييم.

5- خاتمة

حاولت هذه الدراسة إبراز إسهامات نظرية الخيارات ونماذج تقييمها في تقييم عقود الخيارات بالاعتماد على نموذج Black & scholes وبعض السيرورات العشوائية في الزمن المستمر، كما قامت بتحليل افتراضات النموذج وانتقاداته. خلصت الدراسة إلى أن نماذج تقييم الخيارات من شأنها أن تسمح في فهم و حل بعض المشاكل التسييرية لاسيما تقييم تعهدات خارج الميزانية، كما أن هذه النماذج يصعب تطبيقها على مستوى الدول النامية التي لا يوجد بها سوق مالي كفء. كما توصي الدراسة بالبحث في نظرية الخيارات ونماذج تقييمها من أجل استعمالها في اتخاذ القرارات بالمؤسسات الوطنية و المحلية.

الإحالات والمراجع :

---

[i] نسبة من العقد تدفع من الطرفين إلى غرفة المقاصة عادة تكون 5% على مستقبليات اليورو دولار.

[ii] محمّد صالح الحنّاوي، نهال فريد مصطفى، جلال إبراهيم العبد، الاستثمار في الأسهم والسندات، الإسكندرية : الدار الجامعيّة، 2004/2003.، ص338.

[iii] منير إبراهيم هندي، الفكر الحديث في إدارة المخاطر، ج2، مرجع سابق، ص234.

[iv] محمّد صالح الحنّاوي، نهال فريد مصطفى، جلال إبراهيم العبد، مرجع سابق، ص 303.

[v] طارق عبد العال حماد، المشتقات المالية، الإسكندرية : الدار الجامعية، 2001، ص43.

[vi] محمود محمّد الداغر، الأسواق المالية مؤسسات أوراق بورصات، عمّان : دار الشروق، 2005، ص135.

[vii] .BARRAEU et J.DELHAYE, Op.cit, P156.

[viii] Ibid, P157.

[ix] Ibid, P157.

[x] هناك بعض المراجع تسميه بسعر الخيار (مثل : طارق عبد العالي حماد، مرجع سابق.)

[xi] أوروبي أو أمريكي فالأوروبي خلال تاريخ الاستحقاق أما الأمريكي خلال مجال مدة الاستحقاق، أما الآسيوي يكون حول المتوسط.

[xii] دادن وين الضب

[xiii] Pierre VERNIMEN,2005, Op.cit, P537.

[xiv] عبد الغفار حنفي، أساسيات الاستثمار في بورصة الأوراق المالية أسهم-سندات-وثائق استثمار-الخيارات، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2005.، ص 539.

[xv] عبد الغفار حنفي، أساسيات الاستثمار في بورصة الأوراق المالية، الدار الجامعية، الإسكندرية، 2003-2004، ص 540.

[xvi] لقد تم التركيز على السهم كون نموذج BLACK-SCHOLES استعمل لتقييم الخيارات الأوروبية على الأسهم .

[xvii] هناك الطريقة البيانية و نموذج Binomial و لمزيد من التفصيل أنظر : هاشم فوزي دباس العابدي، الهندسة المالية و أدواتها بالتركيز على إستراتيجيات الخيارات المالية، مؤسسة الوراق، عمان، 2007.

[xviii] مايرون سكولز صموئيل Myron Samuel Scholes ،ولدت 1يوليو 1941، و هو اقتصادي مالي أميركي من أصول كندية، اشتهر بوصفه واحدا من الكتاب من معادلة BLACK-SCHOLES.، حصل في عام 1997 على جائزة نوبل التذكارية في العلوم الاقتصادية لطريقة لتحديد قيمة المشتقات . يوفر النموذج إطارا مفاهيميا لتقييم الخيارات.

[xix] [xix] Robert C. Merton, Continuous-Time Finance, Harvard University. Available at : http://down.cenet.org.cn/upfile/10/200941781835145.pdf (15-09-2012)

[xx] Jean Marcel DADBARADE, **Mathématique des marchés financiers**, 3eme édition, édition ESKA , 2005, Paris, PP183-204 .

[xxi] سيرورة القفز هي نوع من السيرورات العشوائية التي لديها حركات منفصلة ومتقطعة في الزمن تسمى بالقفز بدلا من تحركات مستمرة صغيرة. في الفيزياء تم نشره سيرورات القفزة على المستوى المجهري ، أما في المجال المالي، وتستخدم مختلف النماذج العشوائية لنمذجة حركة أسعار الأدوات المالية ، على سبيل

المثال نموذج بلاك شولز ل خيارات التسعير يفترض أن الأداة الأساسية في أعقاب عملية الانتشار التقليدية ، في الزمن المستمر ، والحركات العشوائية الصغيرة .واقترح جون كارينغتون كوكس وستيفن روس أن الأسعار في الواقع تتبع سيرورة القفز . كوكس روس - روبنشتاين ذات الحدين نموذج تسعير الخيارات الطابع الرسمي هذا النهج .

[xxii] Francois Eric RACICOT et Raymond THEORET, **Finance computationnelle et gestion des risques**, Presses de l'Université du Québec, 2006, CANADA, PP27-38.

[xxiii] http://www.hec.unige.ch/professeurs/SCAILLET_Olivier/pages_web/cours_processus/BS.pdf consulte le 20/02/2008.

[xxiv] هاشم فوزي دباس العابدي، الهندسة المالية وأدواتها بالتركيز على إستراتيجيات الخيارات المالية، مؤسسة الوراق، عمان، 2007، ص35.

- [xxv] عبد الغني دادن، علي بن الضب، **تقييم المؤسسات من منظور نظرية الخيارات**، مجلة أبحاث اقتصادية وإدارية، جامعة بسكرة، الجزائر، العدد 11، 2012.

[xxvi] Peijie Wang(2009), **Financial Econometrics**, Routledge, Second edition, Canada, 2009.

[xxvii] Patrick NAVATTE, **Finance d'entreprise et la théorie des options**, Economica, Paris 1998

[xxviii] Bellalah M., Jacquillat B., (1995), " **Option Valuation with Information Costs: Theory and Tests**", Financial Review, August : 617-635